

Sur la représentation des co-variations



Fadi Badra

LIMICS, Paris, France

Journées IAF, Montpellier, 15 juin 2016

UNIVERSITÉ PARIS 13



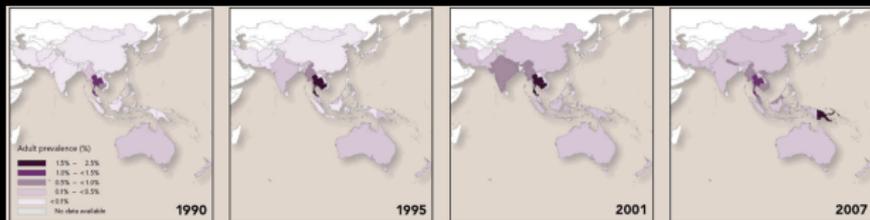
Contexte

*“**Adaptation** allows a system to maintain consistent behavior across **variations** in operating environment.”*

J. Coutaz (2005)

Motivations

- Variation = différences entre n répétitions d'un même processus



- Fait suite à [Badra, 2015] :

Les différences entre 2 (ou pls) valeurs prises par une même propriété sont représentées par un **attribut d'un ensemble ordonné d'objets**.

$$\hat{\text{age}}^{\leq} : \mathcal{X}^2 \longrightarrow \{0, 1\}$$

$$\hat{\text{age}}^{\leq} = \begin{cases} 1 & \text{si } \hat{\text{age}}(x) \leq \hat{\text{age}}(y) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Question de recherche

Comment représenter la co-occurrence entre plusieurs variations ?

“La quantité de sucre augmente lorsqu'on remplace le chocolat par de la poudre de cacao.”

“L'âge légal de consommation d'un alcool dépend de son titre alcoométrique volumique.”

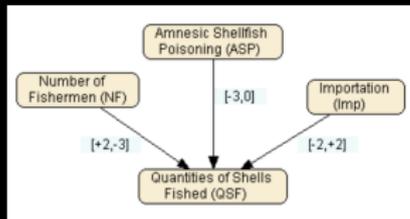
“Les utilisateurs qui partagent les mêmes préférences sur les items $\{a, b, c\}$ partagent aussi les mêmes préférences sur $\{d, e\}$.”

Revue de la littérature

○ Représentations graphiques

Ex : cartes cognitives

[Sedki et al., 2012]



○ Méthodes statistiques

Ex : regression logistique

	Insufficient fruit and vegetable intake	Heavy drinking	Inactivity	Overweight or obesity	Tobacco using
Insufficient fruit and vegetable intake ^b	1				
Heavy drinking ^c	1.15(1.03,1.28)**	1			
Inactivity ^d	1.24(1.12,1.39)*	0.98(0.90,1.06)	1		
Overweight or obesity ^e	0.82(0.75,0.90)*	1.12(1.04,1.21)*	1.10(1.03,1.17)*	1	
Tobacco using ^f	1.23(1.11,1.37)*	3.22(2.88,3.60)*	0.98(0.89,1.08)	0.82(0.74,0.89)*	1

Revue de la littérature (cont.)

○ Au niveau lexical

Topoi ($\pm P, \pm Q$) : deux prédicats graduels P et Q , ainsi que l'ensemble des correspondances entre ces deux gradations [Ascombe, 1995]

- “Marie est belle. Elle séduit tous les hommes.”
→ (+*BEAUTE*, +*SEDUCTION*)

○ En logique floue

Règles graduelles floues [Dubois et al., 2002]

- “Plus on est près d'un mur, plus on appuie fort sur le frein.”
- Représente des liens entre degrés d'appartenance, pas la co-occurrence

○ En analogie

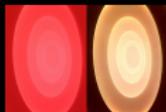
Modélisation de l'adaptation en RàPC [Badra et al., 2007]

- $(\Delta_{pb}, CA) \mapsto \Delta_{so1}$

Dissimilarité analogique [Miclet et al., 2008]

- $(AD(u, v, w, x) = 0) \Leftrightarrow u:v :: w:x$

Idée du papier



Modéliser des co-variations comme des “règles d’association” entre variations

Un moyen simple de **représenter** des co-variations,

raisonner sur des variations,

extraire des co-variations. .

Variations

Une variation v est une fonction $v : \mathcal{X}^n \rightarrow \mathcal{V}$ (ici $n = 2$)

Exemple 1

Fonctions indicatrices de relations binaires

$$\mathbf{1}_{\leq}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq y \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Exemple 2

Différences entre ensembles d'attributs binaires

$$v(x, y) = \{x \cap \bar{y}, \bar{x} \cap y\}$$

$$x = \{a, b, d\}$$

$$y = \{a, e\}$$

$$v(x, y) = \{\{b, d\}, \{e\}\}$$

Exemple 3

Préférences contextuelles

$$v(x, y) = \{x \cap \bar{y}, x \cap y, \bar{x} \cap y\}$$

La règle de préférence contextuelle $i^- < i^+ | C$ satisfait la paire de transactions (t, u) ssi $\{i^-, C, i^+\} \subseteq v(t, u)$

Variations et proportion analogique

- L'ensemble des valeurs d'une variation v induit une relation d'équivalence \equiv_v définie par :

$$(x, y) \equiv_v (z, t) \text{ ssi } v(x, y) = v(z, t)$$

En les “mettant dans la même classe”, cette relation met en proportion analogique les couples qui prennent la même valeur pour v .

En particulier, dans l'**Exemple 2** :

$$v(x, y) = v(z, t) \stackrel{\text{def}}{\iff} x:y :: z:t$$

et dans l'**Exemple 3** :

$$v(x, y) = v(z, t) \iff \begin{array}{l} \text{les mêmes règles de préférence contextuelles} \\ i^- < i^+ | C \text{ s'appliquent à } (x, y) \text{ et } (z, t) \end{array}$$



**Représenter des
co-variations ?**

Co-variations

Co-variation

Une variation g co-varie avec une variation f sur une partie $R \subseteq \mathcal{X}^2$, noté $f \overset{R}{\rightsquigarrow} g$, lorsque pour tout (x, y) et (z, t) de R :

$$f(x, y) = f(z, t) \Rightarrow g(x, y) = g(z, t)$$

- Variation \rightarrow attribut
- Co-variation \rightarrow dépendance fonctionnelle

Co-variations : exemples

Exemple 1

“Alcools : l’âge légal de consommation et le degré sont co-monotones.”

$$\mathbf{1}_{\leq \text{degré}} \curvearrowright \mathbf{1}_{\leq \text{âge_légal}}$$

Exemple 2

$$v_T(x, y) = \{x \cap \bar{y} \cap T, \bar{x} \cap y \cap T\}$$

$$v_S \curvearrowright v_T$$

“Les couples (x, y) et (z, t) de R qui sont en proportion analogique sur les attributs S le sont aussi sur les attributs T .”

Exemple 3

$$v_T(x, y) = \{x \cap \bar{y} \cap T, x \cap y \cap T, \bar{x} \cap y \cap T\}$$

$$v_S \curvearrowright v_T$$

“Les préférences (x, y) et (z, t) de R qui satisfont les mêmes règles de préférence contextuelle sur les attributs S satisfont aussi les mêmes sur les attributs T .”



**Raisonner
avec des
variations ?**

Raisonnement sur des variations

Modus Ponens

$$\begin{array}{l} f(x, y) = f(z, t) \text{ pour } (x, y), (\mathbf{z}, \mathbf{t}) \in R \\ f \stackrel{R}{\sim} g \\ \hline g(x, y) = g(z, t) \end{array}$$

Raisonnement par similarité $(\mathbf{z}, \mathbf{t}) \notin R$

$$\begin{array}{l} f(x, y) = f(z, t) \text{ pour } (x, y) \in R \\ f \stackrel{R}{\sim} g \\ \hline g(x, y) = g(z, t) \end{array}$$

Exemple 1 : raisonnement a fortiori

Le cidre a un degré moindre que la bière

$$\mathbf{1}_{\leq \text{degré}}(\text{cidre}, \text{biere}) = \mathbf{1}$$

L'âge légal et le degré sont co-monotones

$$\mathbf{1}_{\leq \text{degré}} \xrightarrow{R = \{\text{biere}, \text{whisky}\}^2} \mathbf{1}_{\leq \text{âge_légal}}$$

L'âge légal de consommation de la bière est 18 ans.
Que dire de l'âge légal de consommation du cidre ?

$$\frac{\mathbf{1}_{\leq \text{degré}}(\text{cidre}, \text{biere}) = \mathbf{1}_{\leq \text{degré}}(\text{biere}, \text{whisky})}{\mathbf{1}_{\leq \text{degré}} \xrightarrow{R = \{\text{biere}, \text{whisky}\}^2} \mathbf{1}_{\leq \text{âge_légal}}} \mathbf{1}_{\leq \text{âge_légal}}(\text{cidre}, \text{biere}) = \mathbf{1}_{\leq \text{âge_légal}}(\text{biere}, \text{whisky})$$

Hypothèse : l'âge légal de consommation du cidre est inférieur ou égal à 18 ans.

Exemple 2 : proportions analogiques

$$x = \{a, b, d\} \quad y = \{a, e\} \quad z = \{a, b, c\}$$

On sait que t contient a mais pas b .

	a	b	c	d	e
x	1	1	0	1	0
y	1	0	0	0	1
z	1	1	1	0	0
t	1	0			

On sait aussi que les couples qui sont en proportion analogique sur $\{a,b\}$ sont en proportion analogique sur $\{e\}$:

$$\mathcal{V}_{\{a,b\}} \curvearrowright \mathcal{V}_{\{e\}}$$

On cherche à préciser t .

Exemple 2 : proportions analogiques (cont.)

La règle d'inférence donne :

$$\frac{v_{\{a,b\}}(z, t) = v_{\{a,b\}}(x, y) \quad v_{\{a,b\}} \xrightarrow{R=\{(x,y)\}^2} v_{\{e\}}}{v_{\{e\}}(z, t) = v_{\{e\}}(x, y)}$$

On formule donc l'**hypothèse** que t contient e :

	a	b	c	d	e
x	1	1	0	1	0
y	1	0	0	0	1
z	1	1	1	0	0
t	1	0			1

Lien avec l'adaptation

Aborder l'adaptation comme un raisonnement par similarité sur les variations ?

- ⊙ Règle d'adaptation \equiv co-variation
- ⊙ Ex : $\text{chocolat}^- \curvearrowright \text{cacao}^+ \wedge \text{sucre}^{\leq}$

Apprendre des co-variations sur un ensemble R de couples de cas.

S'en servir pour prédire un nouveau cas $z \notin R$.



**Extraire des
co-variations ?**

Apprentissage de co-variations

- On peut extraire des co-variations avec la FCA :
 - Les variations sont les *attributs*. . .
 - Mais alors les *objets* sont de couples (x, y) !
- Si l'on forme le contexte formel $K = (B_2(B_2(\mathcal{X})), M, I)$ tel que :
 - les objets sont des “couples de couples”
 - les attributs sont des variations
 - $((x, y), (z, t)) I v_i \Leftrightarrow v_i(x, y) = v_i(z, t)$
- Alors on peut montrer que les co-variations sont les règles d'implication de ce contexte formel.
- Le papier suggère qu'on peut réduire fortement la complexité de l'extraction en utilisant des structures de motifs.

Conclusion et Perspectives

Conclusion

- Une représentation symbolique des co-variations ;
- Des liens forts avec la modélisation de \neq types de raisonnement (*a fortiori*, par analogie, à partir de cas) ;
- L'extraction de co-variations peut être ramenée à celle de règles d'association.

Perspectives

- Implémenter un algorithme de fouille de co-variations
- Application à la modélisation de l'adaptation
- Application à la modélisation des préférences